

Lektion 5 handlade mycket om konsten att rita grafer till andragradsfunktioner.

Ta som exempel $y = x^2 - 4x - 1$

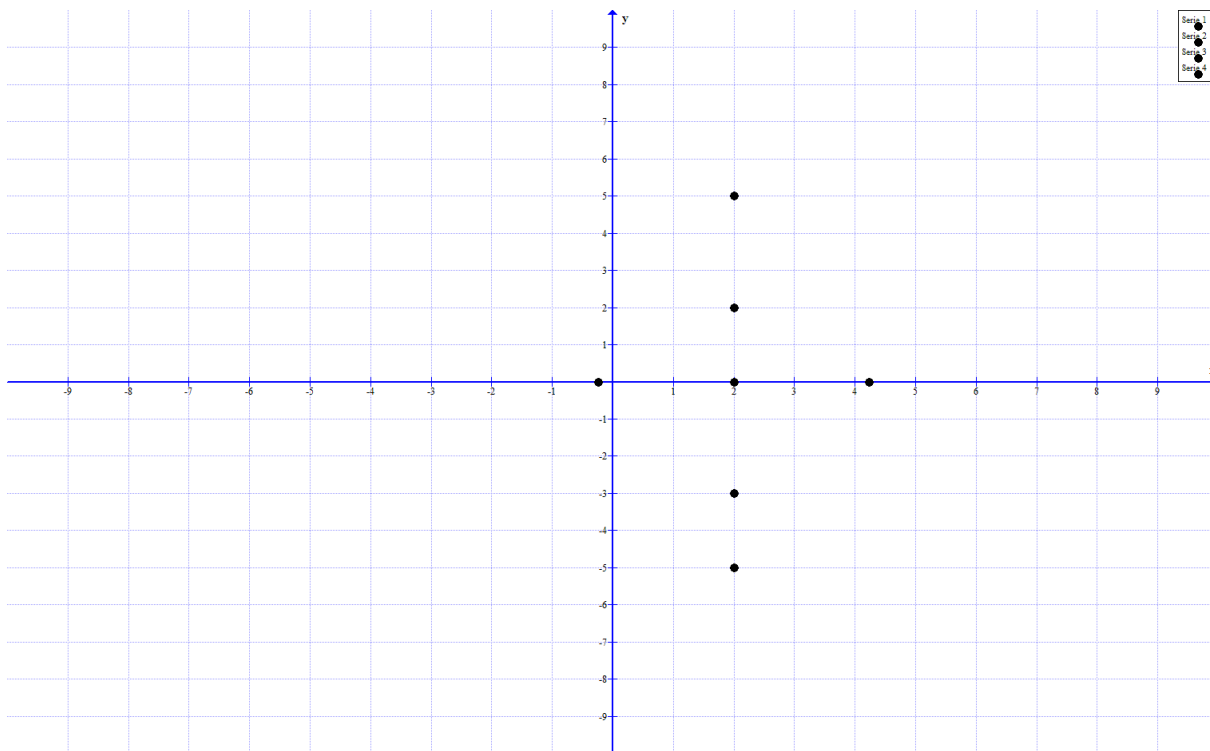
1. Börja med att hitta symmetrilinjen Kan göras på flera sätt:

Använd pq-formeln

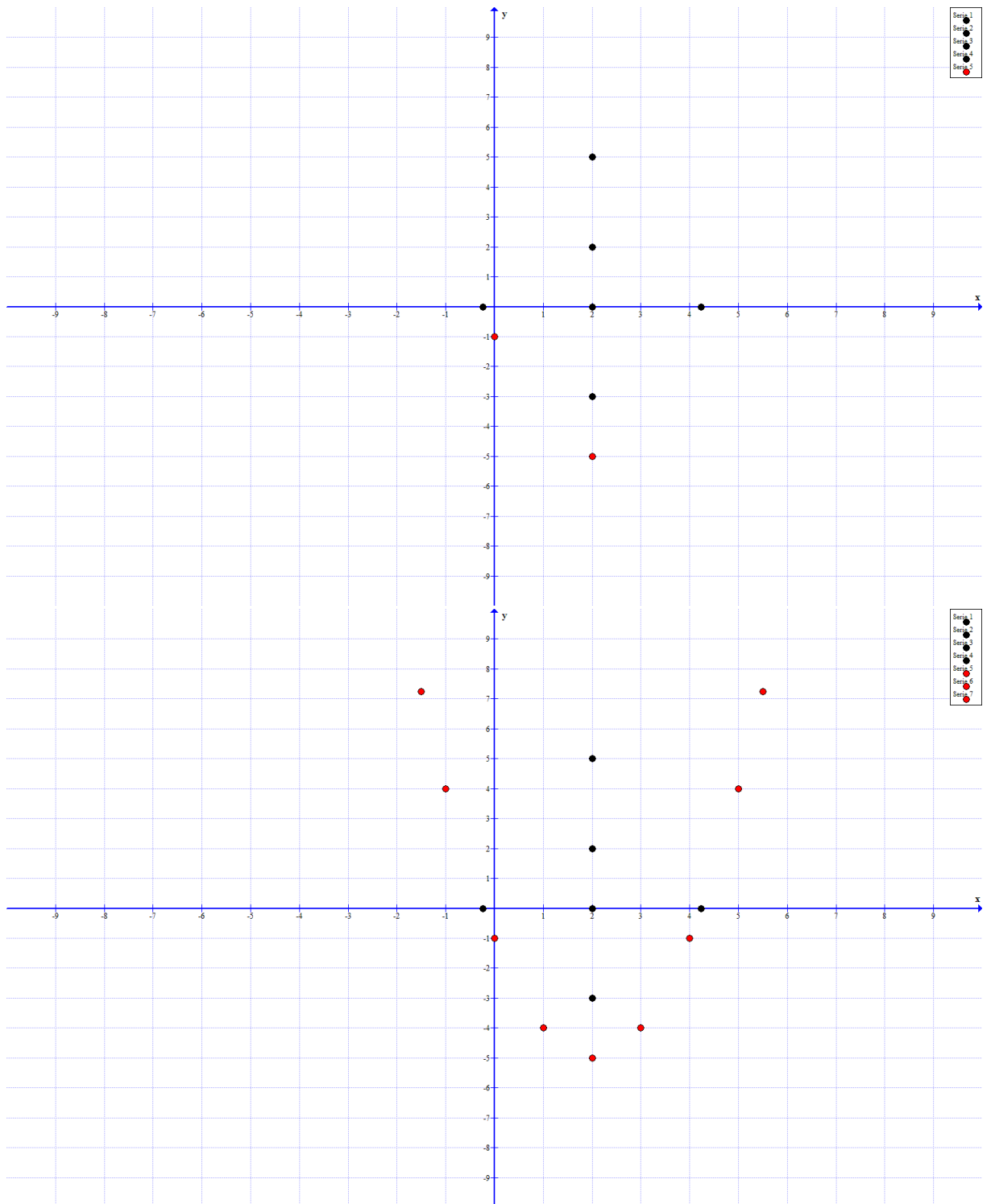
$$x = +2 \pm \sqrt{4+1}$$

$$x = +2 \pm \sqrt{5} \quad \text{Ger symmetrilinjen } x = +2$$

2. Pricka in symmetrilinje och nollställena i koordinatsystem



3. Nästa steg. Skärning med y-axeln, är alltid den konstanta siffertermen i funktionsuttrycket (m) eller (c i pq-formeln), dvs -1 i detta fall. Pricka in.!
4. Beräkna lägsta punkten på kurvan, dvs sätt in $x = 2$ i funktionsuttrycket. Det ger $y = -5$ Pricka in!
5. När du vet lägsta punkten, kan du utgå från den och räkna 1 ut 1 upp, 2 ut 4 upp, 3 ut 9 upp, osv. Pricka in detta! Utnyttja symmetrin och rita även punkter på andra sidan symmetrilinjen



Punkterna gör att du lätt kan rita ut grafen!

Observer att lägsta punkten ligger på -5 , dvs samma siffra (men inte tecken) som den som kommer under rottecknet i pq-formeln.

Nästa steg i studierna av andragsradsfunktioner gäller sambandet mellan nollställena och faktorisering.

Ta t.ex $y = x^2 + 2x - 15$

Beräkna nollställena. Du gör på olika sätt, men pq fungerar alltid.

Du får $x_1=3$ och $x_2=-5$

Regel: Om nollställe är $x = a$ så finns faktorn $x-a$

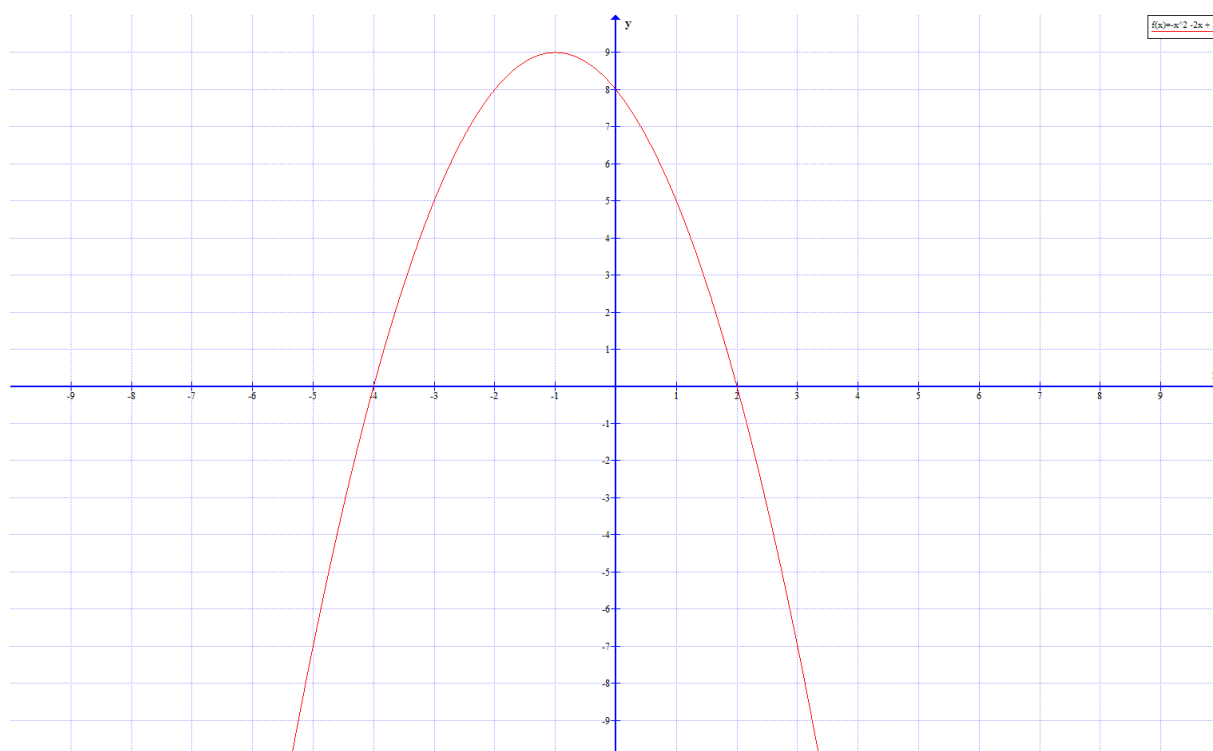
I detta fall ger den regeln att man får faktorerna $(x-3)$ och $(x+5)$. Observera att när man skapar faktorn ändrar man tecken. Det beror på att i $(x-3)$ så är den faktorn = noll när $x = 3$ och i $(x+5)$, så är den noll när $x = -5$.

Detta innebär att man kan faktorisera: $x^2 + 2x - 15 = (x-3)(x+5)$ man ser ganska enkelt att om man multiplicerar ihop högerledet får man det som står i vänster ledet.

Det här är ett exempel som gäller allmänt för alla polynomfunktioner, att om funktionen har ett nollställe $x = a$, så är $(x-a)$ en faktor i funktionsuttrycket.

(Faktorsatsen) MYCKET VIKTIG!

Det här kan användas för att hitta funktionsuttryck:



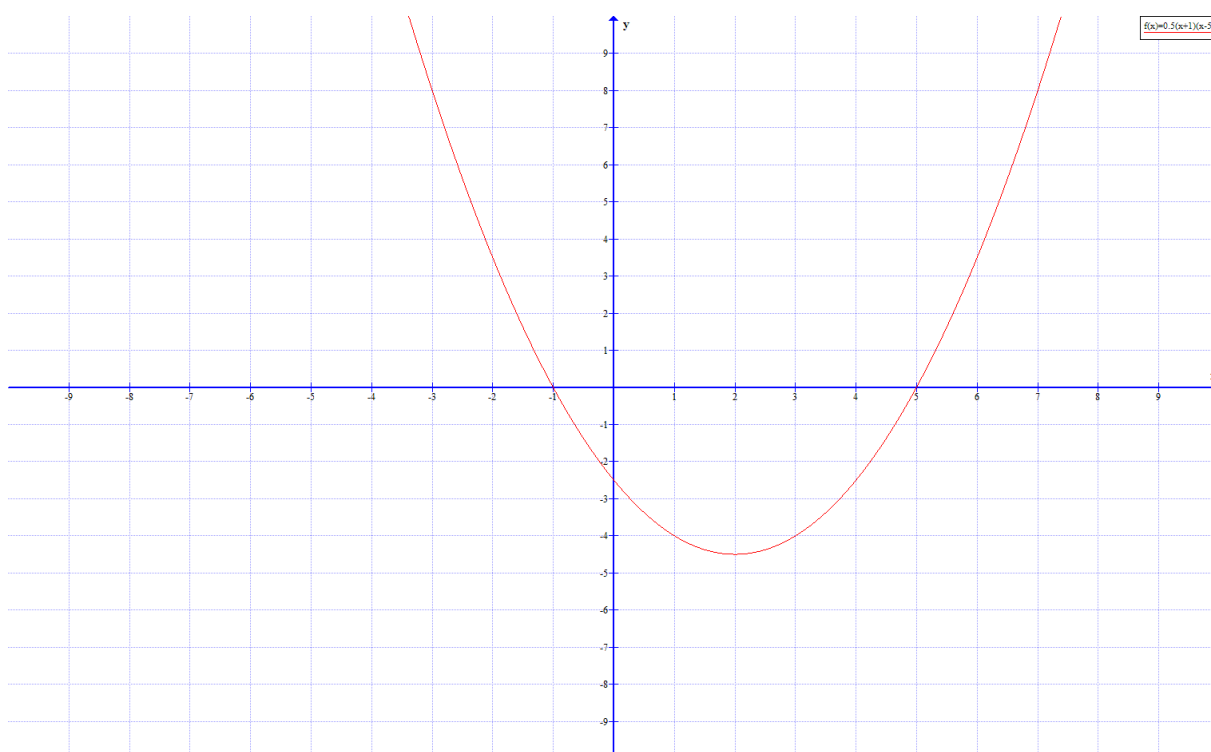
Studera funktionen. Din första tanke är att detta måste vara en $-x^2$ -funktion
Den andra tanken blir att den har nollställen $x = -4$ och $x = +2$.

Det ger funktionsuttrycket $y = -(x+4)(x-2) = -(x^2 + 2x - 8) = -x^2 - 2x + 8$

Matematiker brukar inte gilla att börja funktionsuttrycket med ett minustecken, så man svarar kanske $y = 8 - 2x - x^2$

När man beräknat funktionsuttrycket kontrollera genom att titta på skärningen med y-axeln, så i den här kurvan ligger på +8, vilket stämmer med termen +8 i uttrycket.

Det är inte alltid man har $1x^2$ -kurvor. Då gör man så här:



Om du jämför, ser du att det här inte liknar de tidigare kurvorna. Men OK. Tänk så här:
Nolleställen: $x = -1$ och $x = 5$. Det är inte säkert att det är $1x^2$, då kan man skriva uttrycket

$$y = k(x+1)(x-5) \quad \text{Sätt in } x = 0 \text{ du får } y = k \cdot 1 \cdot (-5)$$

Men i figuren ser du att den skär y-axeln på -2,5 dvs

$$k \cdot 1 \cdot (-5) = -2,5 \quad \text{Vilket ger } k = -2,5 / -5 = 0,5$$

Funktionsuttrycket blir $y = 0,5(x+1)(x-5)$ Om man vill multiplicerar man ihop.

$$y = 0,5x^2 - 2x - 2,5$$