

Rätta svar är understrukna !

1a.  $(x-3)^2 - x(2-x) = x^2 - 6x + 9 - (2x - x^2) = x^2 - 6x + 9 - 2x + x^2 = \underline{2x^2 - 8x + 9}$

b.  $(x-4)^2 + (x+5)(x-5) - x(2x-8) = x^2 - 8x + 16 + x^2 - 25 - 2x^2 + 8x = \underline{-9}$

2.  $0,5x^3 - 5x^2 = \underline{0,5x^2(x-10)}$   
 $x^2 - 8x + 16 = \underline{(x-4)^2}$   
 $20x^2 - 45 = 5(4x^2 - 9) = \underline{5(2x+3)(2x-3)}$

3.  $\frac{x+2}{3x} - \frac{x-2}{2x} + \frac{x-3}{x} = 0$  MGN = 6x, förläng ekvationen med 6x!!  
 $\frac{6x(x+2)}{3x} - \frac{6x(x-2)}{2x} + \frac{6x(x-3)}{x} = 0$   
 $2(x+2) - 3(x-2) + 6(x-3) = 0$   
 $2x + 4 - 3x + 6 + 6x - 18 = 0$   
 $5x - 8 = 0$   
 $x = 1,6$

4. a.  $x^2 + 10x - 39 = 0$  pq ger  $x = -5 \pm \sqrt{(25+39)}$  ;  $x = 5 \pm 8$   $x_1 = 13$  ;  $x_2 = -3$

b.  $x(2x+4) = 0$   $x_1 = 0$  ;  $x_2 = -2$  ( sätt resp faktor = 0)

c.  $45x^5 = 115$   $x^5 = 115/45$   $x = (115/45)^{1/5}$  ;  $x \approx 1,21$

d.  $61 \cdot 5^x = 215$   $5^x = 215/61$  ;  $x \lg 5 = \lg(215/61)$  ;  $x = \lg(215/61)/\lg 5 \approx 0,78$

5. Hur många nollställen har funktionen  $f(x) = 2x^3 - 14x^2 + 12x$  har 3 nollställen max.

b. Beräkna dessa och använd dem för att faktorisera  $f(x)$  så långt som möjligt  $f(x) = 2x(x^2 - 7x + 6) = 2x(x-6)(x-1)$  ( om du inte ser nollställen sätt  $(x^2 - 7x + 6 = 0)$  och lös med pq.

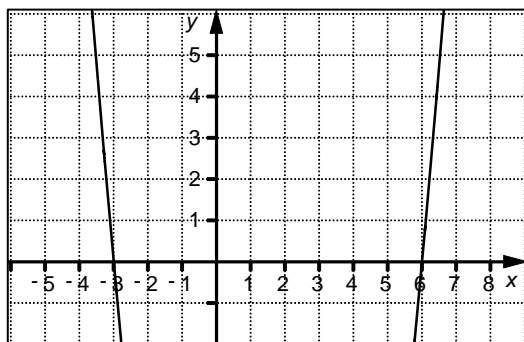
c. Beräkna  $f(-2) = 2 \cdot (-2) \cdot (-8) \cdot (-3) = -96$

6.  $\frac{12x^3 \cdot (x^2 + 4x - 12)}{4x^2 \cdot (x^2 - 4)} = \frac{12x^3 \cdot (x-2)(x+6)}{4x^2 \cdot (x+2)(x-2)} = \frac{3x(x+6)}{x+2}$

Parantesen i täljaren faktoruppdelas med hjälp av pq-formeln, nollställen till uttrycket är  $x=2$  och  $x=-6$ . I nämnaren använder man konjugatregeln.  $x=-2$  ej tillåtet.

7. Lös följande ekvation med pq, där man löser  $x^2$   
 $x^4 - 6x^2 - 7 = 0$   $x^2 = 3 \pm \sqrt{(9+7)}$ ;  $x^2 = 7$  eller  $(x^2 = -1)$  ej möjligt!  $x^2 > 0$   
 $x^2 = 7$  ger  $x = \pm\sqrt{7}$

8. Lös ekvationerna
- a.  $4x^{2,5} + 2 = 10$  ger  $x^{2,5} = 2$  dvs  $x = 2^{1/2,5} \approx 1,32$
- b.  $4000 \cdot 1,13^x = 100000$  ger  $1,13^x = 25$  ;  $x \lg 1,13 = \lg 25$  ;  $x = \lg 25 / \lg 1,13$   
 $x \approx 26$
- c. Ekvationen i uppgift b löser ett problem kopplat till hur antalet bakterier i en odling förändras per timme ( $x$ ). I ekvationen vad står 4 000 för? Och vad står basen 1,13 för? 4000 är antalet bakterier när man startar försöket. 1,13 är tillväxtfaktorn, vilket betyder att antalet växer med 13% per timme. Ekvationen svara på frågan hur många timmar dröjer det innan antalet vuxit till 100000?
9. Nedan ser du delar av grafen till en andragradsfunktion.



- a Vilken  $x$ -koordinat har minimipunkten till funktionen? Symmetri  $x = 1,5$   
 $y = -4,5^2 = -20,25$  minp  $(1,5; -20,25)$
- b Funktionen kan skrivas  $y = (x - a)(x - b)$ .  $a = -3$  ;  $b = 6$   
Ange värdet på  $a$  respektive  $b$ , om  $a < b$ .
- c Ange minimipunktens  $y$ -koordinat.  $y = -4,5^2 = -20,25$  minp  $(1,5; -20,25)$
9. funktionen  $y = k \cdot (x - a)(x - b)$  visas i figur.  $a$  och  $b$  är nollställena och avläses till  $-1$  och  $3$  dvs funktionen kan skrivas:  $y = k(x+1)(x-3)$ . I figuren avläses också att kurvan går genom punkten  $(0; 1,5)$ . Sätt in i funktionsuttrycket:  
 $1,5 = k \cdot 1 \cdot (-3)$  dvs  $-3k = 1,5$  ; vilket ger  $k = -0,5$   
Funktionen blir  $y = -0,5 \cdot (x+1)(x-3) = -0,5(x^2 - 2x - 3) = -0,5x^2 + x + 1,5$   
Pröva med att sätta in t.ex  $x = 1$  vilket ger  $y = 2$ , vilket stämmer med figuren !

10

$$\frac{1}{x^2 - 6x + 9} - \frac{5}{7x - 21} - \frac{2}{x^2 - 9} = 0$$

Använd konjugat-regel och kvadreringsregel på nämnarna!

$$\frac{1}{(x-3)^2} - \frac{5}{7(x-3)} - \frac{2}{(x+3)(x-3)} = 0$$

MGN =  $7(x-3)^2(x+3)$ , Icke tillåtna värden på x är  $x = -3$  och  $x = 3$

Förläng ekvationen med MGN och förkorta ! Man får då:

$$7(x+3) - 5(x-3)(x+3) - 14(x-3) = 0$$

$$7x + 21 - 5x^2 + 45 - 14x + 42 = 0 \quad \text{Förenkla V.L.}$$

$$-5x^2 - 7x + 108 = 0$$

$x^2 + 1,4x - 21,6 = 0$  vilket ger  $x = -0,7 \pm 4,7$  som ger  $x_1 = 4$  och  $x_2 = -5,4$ , vilka båda är tillåtna värden på x.