Svar och lösningar till Prov 1 Ma C HT-11

1 a. $(2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$ (använd kvadreringsregeln)

b. $(x+3)(x-3) - x(x+2) = x^2 - 9 - x^2 - 2x = -2x - 9$ (glöm inte ändra tecken i den sista parentesen)

2 a. $12x^2 - 4x = 4x(3x - 1)$

b. $x^2 - 3x - 4 = (x + 1)(x - 4)$ (använd pq för nollställen)

c. $2x^3 - 18x = 2x(x^2 - 9) = 2x(x+3)(x-3)$

3 a. $(x-2)(x+3) = 0$ Faktoriserad ekvation, sätt resp faktor = 0

$x_1 = 2$ och $x_2 = -3$

b. $x^2 - 5x = 0$ Ekvationen saknar konstantterm: Faktorisera!

$x(x-5) = 0$

$x_1 = 0$; $x_2 = 5$

c. $4x^3 = 15$ ger $x^3 = 15/4$ dvs $x = \sqrt[3]{15/4} = (15/4)^{\frac{1}{3}} \approx 1{,}554$

d. $3 \cdot 2^x = 27$ ger $2^x = 27 = 27/3$ dvs $2^x = 9$

$x \lg 2 = \lg 9$ dvs $x = \lg 9 / \lg 2 \approx 3{,}17$

4. $f(x) = -x^2 - 2x - 8$

a. nollställen bestäms genom att sätta $-x^2 - 2x + 8 = 0$ (ändra tecken!)

$x^2 + 2x - 8 = 0$ (pq-formeln ger)

$x = -1 \pm \sqrt{1+8}$

$x = -1 \pm 3$ dvs $x_1 = 2$ och $x_2 = -4$ dvs nollställen (2,0) och (-4,0)

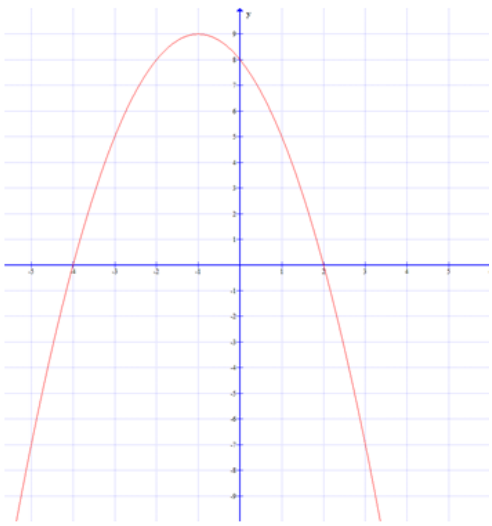
b. Skärning med y-axeln x = 0 och y = 8 dvs (0,8)

c. Högsta punkten när x = -1 ger y = 9 dvs (-1, 9)

d. Symmetrilinje x = -1 (högsta punkten ligger där. Fås ur lösningen av ekvationen med pq.

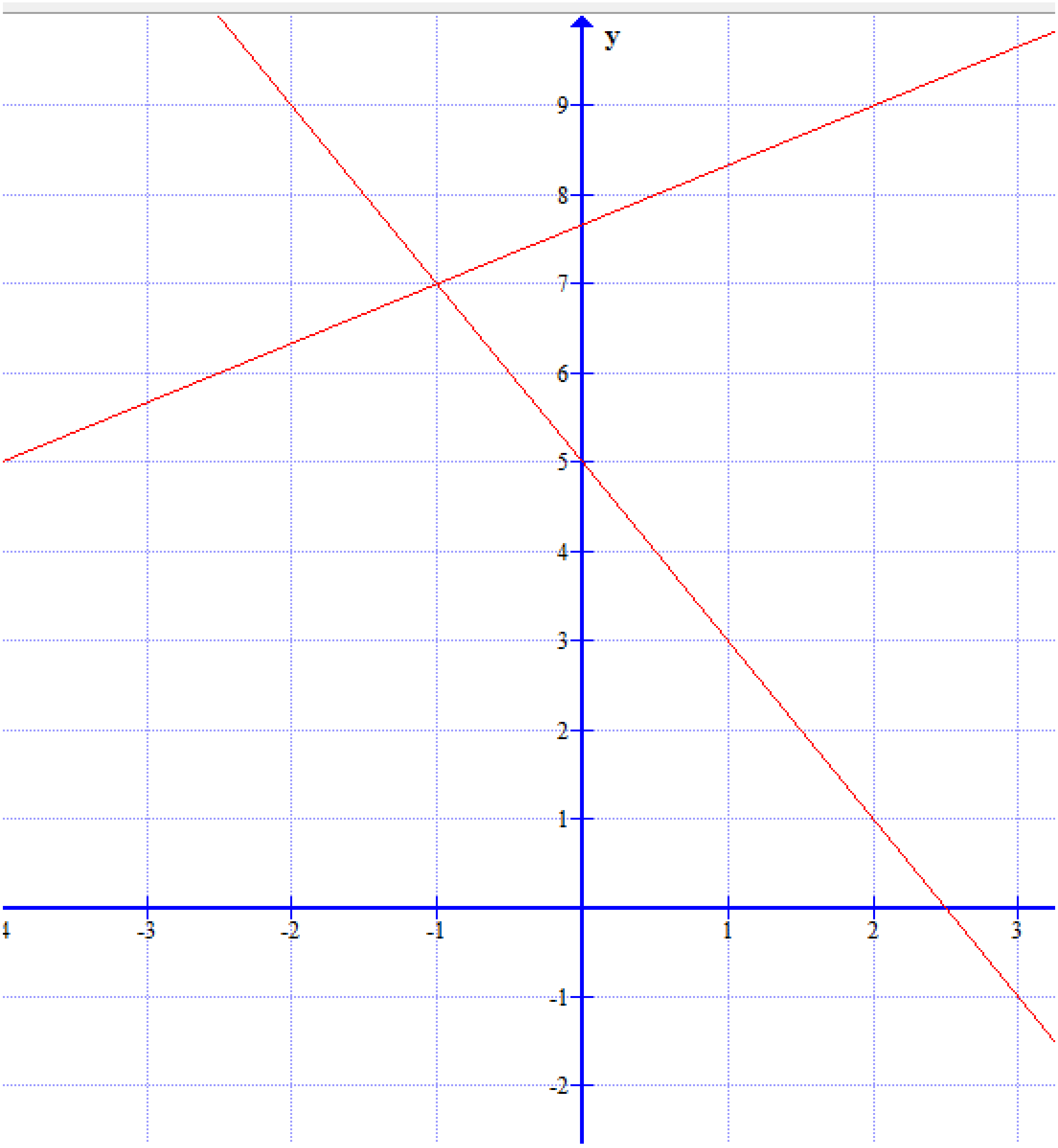
e. $f(-3) = -(-3)^2 - 2 \cdot (-3) + 8 = -9 + 6 + 8 = 5$

Man ser i figuren att när x = -3 så är y = 5.



5. $y = -2x + 5$ och $2x - 3y + 23 = 0$ Lös ut y i den andra eklvationen:

$y = -2x + 5$ och $y = 2x/3 + 23/3$ Ger följande figur:



$y = -2x + 5$ prickas in genom att man ser att den skär y-axeln for $y = 5$ och att lutningen $k = -2$

Den andra linjen prickas enklast in genom att välja x-värden som ger bra y-värden.

t.ex $x = 2$ ger $y = 9$ och $x = -4$ ger $y = 5$

b) Linjerna skär varandra i punkten (-1;7)

6. $2x + 4 = 2/x$ mgn = x, förläng hela ekvationen med x. Dvs multiplicera alla termer med x

Ger $2x \cdot x + 4x = 2$ dvs $2x^2 + 4x = 2$

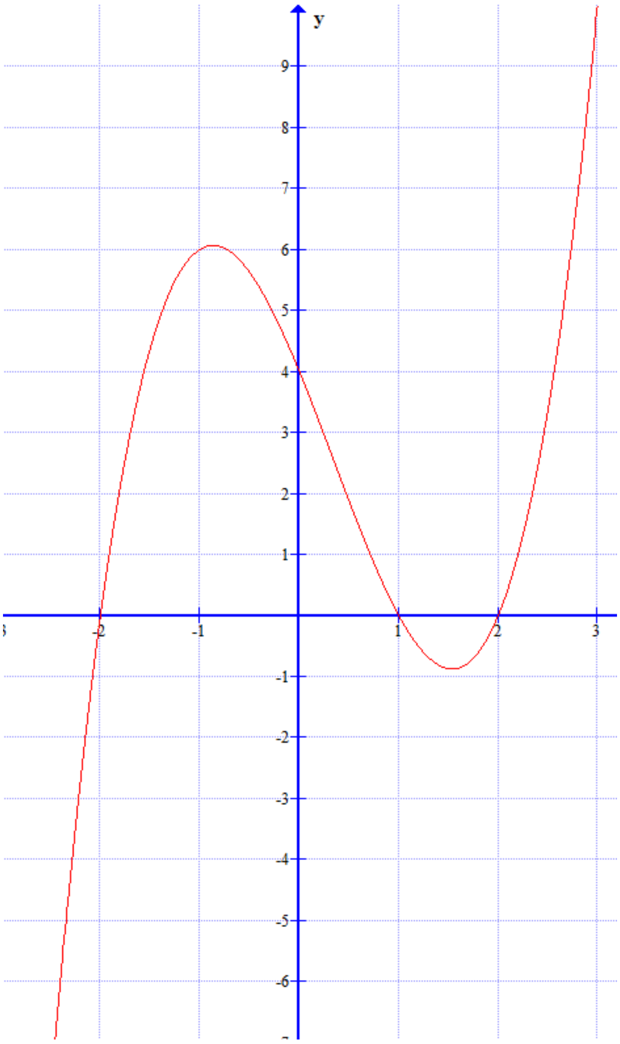
$x^2 + 2x - 1 = 0$ pq-formeln ger

$x = -1 \pm \sqrt{2}$ $x_1 = -1 + \sqrt{2} \approx 0{,}414$ oxh $x_2 = -1 - \sqrt{2} \approx -2{,}414$

7. $$\frac{x^2-4}{x^2+3x-10}$$
$$=\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x+5)}=\frac{(x+2)}{(x+5)}$$

Täljaren faktoriseras med konjugatregeln medan nämnaren faktoriseras antingen med hjälp av att hitta uttryckets nollställen (pq) eller att ”se” faktoriseringen (2* -5 = -10)

8. $x^3 - x^2 -4x +4 = 0$ Grafräknaren ger följande bild:



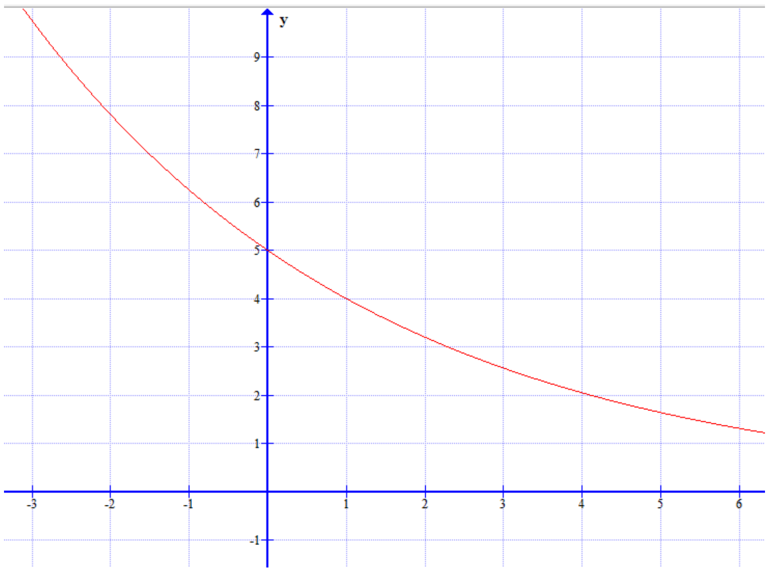
Dvs nollställen $x_1 = -2$ $x_2 = 1$ och $x_3 = 2$

Man kan även faktorisera, fast det inte ingick i uppgiften:
$x^3 - x^2 -4x +4 = x^2(x-1) -4(x-1) =$
$(x-1)(x^2 - 4) = (x-1)(x+2)(x-2)$,
vilket ger samma resultat.

9. I figuren ser man nollställen x = -2 och x = 5 vilket ger:
$f(x) = k (x+2)(x-5)$
Skärning med y-axeln = -10 (när x = 0) ger att k*2*-5 = -10 dvs k = 1

Sökt funktion är alltså $f(x) = (x+2)((x-5) = x^2 - 3x - 10$

10 $y = 5\cdot 0{,}8^x$ ger följande figur: Skär y-axeln för y = 5 och är avtagande. x = 1 y = 4, x=2 ger y = 3,2, x = 4 y = 2,048 osv.



b. $y = C^* a^x$. Figuren visar att C= 2 och eftersom den går genom punkten (1;4), så är $4 = 2\cdot a^1$
Dvs 4 = 2a , som ger a = 2

Funktion: <u>$y = 2\cdot 2^x$</u>