

När man skall börja lära sig lösa enkla förstgradsekvationer är det några begrepp som det är viktigt att man känner till:

Vad är skillnaden mellan termer och faktorer?

Jämför tex $3 + x$ och $3x + 5$

Det första uttrycket består av 2 termer. Man känner igen detta därför att det står ett plustecken mellan de 2 termerna. (Kunde också vara minustecken). Men det andra uttrycket består också av 2 termer: $3x$ och $+ 5$. Skillnaden är att den första termen består av två faktorer: 3 och x . Faktorer känns igen av att det står ett gånger-tecken mellan faktorerna. Tex består termen $3xyz$ av 4 faktorer.

De flesta som ger sig på att läsa kurs C i matematik kan lösa enkla ekvationer. Beroende på hur man lärt sig göra detta finns flera metoder. Jag tycker det är dags att lära sig den metod som jag skall beskriva nedan:

Ta tex ekvationen: $3x - 5 = 16$ (som egentligen är ett påstående, eller en **utsaga**)

Att lösa den ekvationen betyder att man försöker hitta det x -värde som gör påståendet sant.

En metod vore att pröva sig fram, men vi ska försöka hitta en metod som är lite mer allmängiltig, som man alltid kan använda.

Regel: Man kan flytta termer och faktorer från en sida av ekvationen till den andra om man byter räknesätt.

addition (+) motsvaras av subtraktion (-) , multiplikation (\cdot) motsvaras av division (/)

Att lösa en ekvation betyder att man försöker göra x (eller den variabel som skall lösas) ensam kvar på vänster sida.

I just den här ekvationen behöver man då flytta termen $- 5$ till höger sida och faktorn 3 till höger sida.

Regel: Man börjar alltid med att flytta termer.

Ok det gör att man får följande:

$$3x - 5 = 16$$

$$3x = 16 + 5 \quad \text{dvs } 3x = 21$$

$$x = 21/3$$

$$x = 7$$

Pröva med en lite mer komplicerad ekvation:

$$2x - 4,5 = 4x + 5$$

Regel: Flytta alla x-termer till vänster sida och de andra termerna till höger sida.

$$2x - 4x = 5 + 4,5$$

$$-2x = 9,5$$

$$x = 9,5 / -2$$

$$x = - 4,75$$

Metoden fungerar också på ekvationer som innehåller bråk:

$$5x / 4 - 2/3 = 3$$

$$5x/4 = 3 + 2/3$$

$$5x/4 = 11/3 \quad (3 + 2/3 = 9/3 + 2/3 = 11/3)$$

$$5x = 4 \cdot 11/3$$

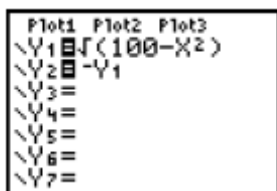
$$x = 44/3/5$$

$$x = 44/15 \quad (= 2 \frac{14}{15})$$

Om vi går tillbaka till den första ekvationen : $3x - 5 = 16$

Finns 2 andra sätt att behandla den. Vi börjar med att titta på hur man löser ekvationen grafiskt. Använd din grafräknare. Jag beskriver hur man gör detta med någon av texasräknarna TI-83, Ti-84.

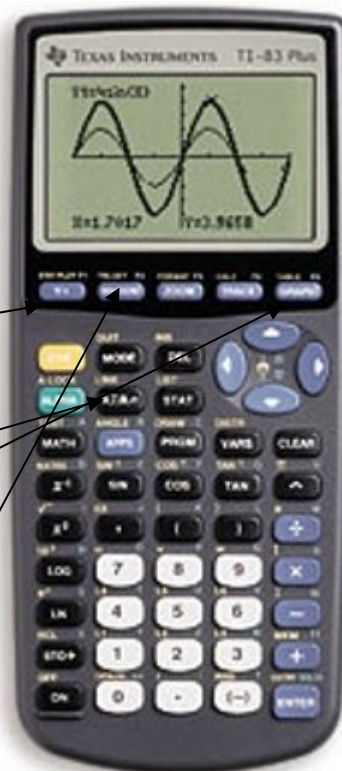
Tryck på knappen $y=$ Finns längst till vänster under skärmen:



Du får upp denna skärmbild:

Men inga funktioner ilagda. Om det finns så ta bort dem genom att trycka på Clear-tangenten till dess alla funktioner är borta.

Skriv in $3x - 5$ på Y1 och 16 på Y2. x-tangenten finns där. Tryck sedan på Graph. Det du ber räknaren att göra då är att visa en grafisk bild av ekvationen. Du kommer då förmodligen inte att se mer än en linje i fönstret. Tryck på Window.



Du får upp något som liknar detta:

Ändra så att du får:

$$x_{\min} = -5$$

$$x_{\max} = 10$$

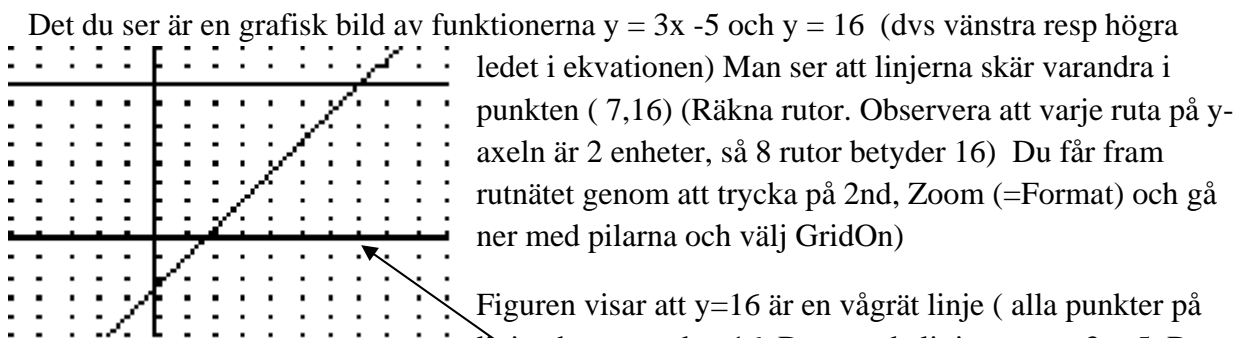
$$y_{\min} = -10$$

$$y_{\max} = 20$$

$yscl = 2$ Tryck sedan på Graph igen. Du får en bild som ser ut ung. så här:

```
WINDOW
Xmin=-15.16129...
Xmax=15.161290...
Xscl=1
Ymin=-10
Ymax=10
Yscl=1
Xres=1
```

$$xscl = 1$$



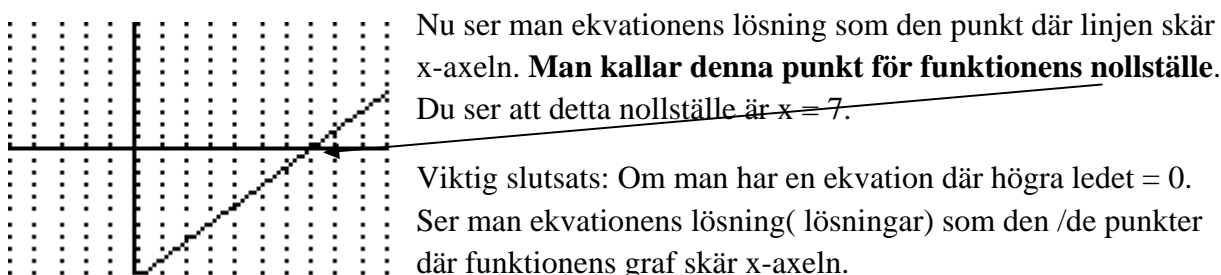
Figuren visar att $y=16$ är en vågrät linje (alla punkter på linjen har y-värde =16. Den sneda linjen är $y = 3x - 5$, Det finns bara en punkt på den linjen där $y = 16$. Dvs skärningspunkten visar vilket x-värde som ger y-värdet 16. Dvs lösningen på ekvationen $3x - 5 = 16$ är $x = 7$. Man ser lösningen genom att söka skärningspunkten mellan linjerna och sedan ställa sig frågan, vad är x-värdet i den punkten. Man ser det genom att gå ner från punkten till x-axeln.

Regel: När man skall lösa en ekvation grafiskt, ritar man ekvationens VL som en funktion och HL som den andra funktionen och söker sedan skärningspunkten.

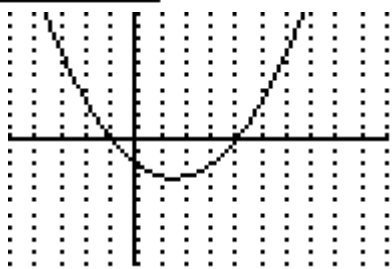
Tillbaka till ekvationen $3x - 5 = 16$. Flytta alla termer till VL !

$$3x - 5 - 16 = 0 \quad \text{Vilket ger } 3x - 21 = 0$$

Gå tillbaka till räknaren ! Tryck på Y= och ta bort alla funktioner och skriv sedan in på Y1 $3x - 21$. Ev kan du gå till Window och ändra ymin till -20. Du får då denna bild:

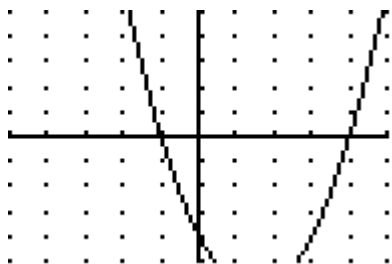


Gå till y = och ta bort funktionen $(3x-21)$. skriv in funktionen $y = x^2 - 3x - 4$ (dvs du ska lösa ekvationen $x^2 - 3x - 4 = 0$) Tryck på Graph. Du får följande bild :



Du ser att funktionsgrafen skär x-axeln på två ställen: $x = -1$ och $x = 4$. Det betyder att ekvationen har 2 lösningar. (Vilket andragradsekvationer oftast har) Man kan också säga att funktionen har 2 nollställen ($x = -1$ och $x = 4$)

Om du vill kan du gå till Window och ändra inställningar på axlarna till det vanliga: $(-5,5,1,-5,5,1)$ Dvs du ställer in så att x-axeln graderas från -5 till 5 och y-axeln från -5 till 5. Du får då i stället denna bild:



I den bilden är det kanske lite enklare att se att ekvationen har lösningarna $x = -1$ och $x = 4$.

Tillbaka till den ursprungliga ekvationen: $3x - 5 = 16$

Flytta återigen alla termer till vänstra ledet(VL) : $3x - 5 - 16 = 0$

$3x - 21 = 0$ Faktorisera uttrycket i VL. Man ser att de båda termerna har den gemensamma faktorn 3.

$3(x-7) = 0$ Där står då att 3 ggr parentesen ($x-7$) skall vara = 0. Detta blir möjligt enbart om parentesen blir = 0. Dvs ekvationens lösning får man om man sätter $x-7 = 0$. Men $x-7 = 0$ innebär att $x = 7$. Här får man en väldigt viktig slutsats: $x-7$ har nollstället $x = 7$. Dvs om man hittar faktorer i VL med nollställena a, b och c, så har ekvationen lösningarna $x = a$, $x = b$ och $x = c$.

Dvas $(x-a)(x-b)(x-c) = 0$ har lösningarna $x=a$, $x = b$ och $x = c$.

Detta leder fram till följande slutsatser, som är oerhört viktiga:

Om $f(x) = k(x-a)(x-b) = 0$, så har ekvationen lösningarna $x = a$ och $x = b$

Om en ekvation har lösningarna t.ex $x = 2$ och $x = -1$, kan ekvationen skrivas:

$$k(x-2)(x-(-1)) = 0 \text{ dvs}$$

$k(x-2)(x+1) = 0$ Observera att i faktorerna har lösningarna bytt tecken ! Det beror på att tex faktorn ($x + 3$) har nollstället $x = -3$.(Tänk så här: vilket x-värde gör att $x+3$ blir = 0. Du ser genast att det måste vara $x = -3$)

Man inser också att för att lösa ekvationer på detta sätt måste man kunna faktorisera.

Faktorisering är ett viktigt verktyg, som du måste lära dig!